

Übungsblatt 11: Zahlensysteme und Fließkommazahlen

11. 1. 2013

Allgemeine Hinweise

- Abgabetermin für die Lösungen ist **Freitag, 18. 1. 2013, 13:30**.
- Abgabe wie immer als Email an Deinen Tutor.
- Diesmal genügt eine Textdatei, in die Du die Antworten auf die Fragen schreibst. Vergiss die Aufgabennummern nicht, und füge Deinen Namen als Kommentar am Anfang der Datei ein.

Aufgabe 11.1: Zahlensysteme (4 Punkte)

11.1.1: Berechne die folgenden Zahlen a bis i , indem Du zwischen verschiedenen Zahlensystemen umrechnest. Dabei steht 1234_7 für die Zahl 1234 im Zahlensystem zur Basis 7. $a_{10} = 1234_7$ bedeutet also, daß die Zahl 1234 im Zahlensystem zur Basis 7 ins Zahlensystem zur Basis 10 (Dezimalsystem) umgerechnet werden soll (3 Punkte).

- $a_{10} = 3412_7$
- $b_7 = 3412_{10}$
- $c_{16} = 332_7$
- $d_{16} = 1010101_2$
- $e_{16} = 10101111111111110_2$
- $h_2 = CAFE_{16}$
- $f_8 = 1010101_2$
- $g_8 = 11110000_2$
- $i_2 = 27_8$

Hinweis: Ihr könnt gerne ein Pythonskript abgeben, dass die Konversionen erledigt, oder von Hand rechnen. Im letzteren Fall gebt bitte auch den Rechenweg an, also zum Beispiel „ $CD_{16} = 12 \cdot 16 + 13 = 205_{10}$ “. In einigen (aber nicht allen) Fällen dürften die folgenden Tabellen nützlich sein.

| | 2 | 7 | 8 | 10 | 16 |
|-----|---|---|---|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 11 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 100 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 101 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

| | 2 | 7 | 8 | 10 | 16 |
|------|----|----|----|----|----|
| 110 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 111 | 10 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 1000 | 11 | 10 | 8 | 8 | 8 |
| 1001 | 12 | 11 | 9 | 9 | 9 |
| 1010 | 13 | 12 | 10 | A | A |
| 1011 | 14 | 13 | 11 | B | B |

| | 2 | 7 | 8 | 10 | 16 |
|-------|----|----|----|----|----|
| 1100 | 15 | 14 | 12 | C | C |
| 1101 | 16 | 15 | 13 | D | D |
| 1110 | 20 | 16 | 14 | E | E |
| 1111 | 21 | 17 | 15 | F | F |
| 10000 | 22 | 20 | 16 | 10 | 10 |

11.1.2: Im Computerumfeld wird häufig das Hexadezimalsystem ($B = 16$) verwendet. Welchen Vorteil bietet das System gegenüber dem Dezimalsystem ($B = 10$) im Computerumfeld? Welchen Vorteil bietet es gegenüber dem Oktalsystem ($B = 8$)? (1 Punkt)

Aufgabe 11.2: Fließkommagenauigkeit in Python (3 Punkte)

Python benutzt Fließkommazahlen gemäß der IEEE-Norm 754. In dieser Aufgabe wollen wir messen, wieviele signifikante (binäre) Stellen eine solche Fließkommazahl hat. Dazu benutzen wir folgendes Programm, das Du auch unter `~arnolda/computergrundlagen/11/precision.py` findest:

```
e = 1
while True:
    a = (1.0 + 2.0**(-e)) - 1.0
    if a == 0.0: break
    e += 1
print e
```

11.2.1: Mathematisch ist doch $a = 1 + 2^{-e} - 1 = 2^{-e} \neq 0$ für alle n . Warum hält das Programm trotzdem an? Was ist die vom Programm ausgebene Größe e ? (1 Punkt)

11.2.2: Was musst Du am Programm ändern, um die Anzahl signifikanter Dezimalstellen zu berechnen? Wieviele sind dies? (1 Punkt)

11.2.3: Warum terminiert das Programm immer noch, wenn wir die Zeile $a = (1.0 + 2.0^{**}e) - 1.0$ durch $a = 2.0^{**}e$ ersetzen? Was gibt das Programm nun aus? (1 Punkt)

Hinweis: Denke daran, dass es auch denormalisierte Fließkommazahlen gibt!

Aufgabe 11.3: Rundungsfehler (3 Punkte)

11.3.1: Warum hält das folgende Programm nicht an, obwohl es doch laut Ausgabe 1,0 erreicht? Warum geht es hingegen, wenn $\text{step} = 1.0/8$ ist? (1 Punkt)

```
step = 1.0/10
start = 0.0
while start != 1.0:
    print start
    start += step
```

Dieses Programm findest Du auch unter `~arnolda/computergrundlagen/11/rounding.py`.

11.3.2: Wie musst Du das Programm verbessern, damit es auch für $\text{step} = 1.0/10$ funktioniert? (1 Punkt)

11.3.3: Bei vielen numerischen Verfahren ist es notwendig, numerisch berechnete Werte darauf zu überprüfen, ob sie Null sind. Warum benutzt man in solchen Fällen üblicherweise einen Test der Form $|\text{wert}| < \epsilon$ und nicht einfach $\text{wert} \neq 0$? Welchen Wert ϵ würdest Du meist wählen? (1 Punkt)

Hinweis: Beachte, dass zu einem numerischen Wert oft tausende Operanden, und dementsprechend viele arithmetische Operationen beitragen.

Allen Teilnehmern der
Computergrundlagen ein frohes
Neues Jahr 2013!