Computergrundlagen Turingmaschinen und Programmiergrundlagen

Frank Uhlig und Jens Smiatek und Axel Arnold

Institut für Computerphysik
Universität Stuttgart

Wintersemester 2017/18

Was ist ein Computer?

Ein Computer (Rechner oder elektronische Datenverarbeitungsanlage) ist ein Gerät, welches mittels ***programmierbarer Rechenvorschriften (Algorithmen)*** *Daten verarbeitet.*

Gottfried Wilhelm Leibniz: “Es ist unwürdig, die Zeit von hervorragenden Leuten mit knechtischen Rechenarbeiten zu verschwenden, weil bei Einsatz einer Maschine auch der Einfältigste die Ergebnisse sicher hinschreiben kann.”

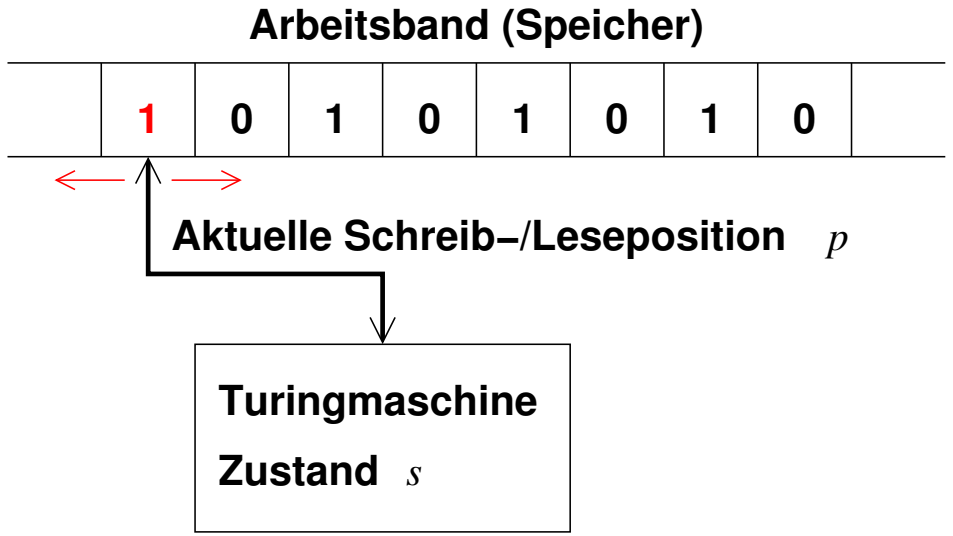
→ Entwicklung der Staffelwalzen-Maschine

Fragen:

- Kann Rechenmaschine mathematisch, logisch Wahrheiten bestimmen? (Bedarf formaler Sprache!)
- Was heisst programmierbar? . . . berechenbar?
- Wie sehen Rechenvorschriften (Algorithmen) aus?

Theoretische Informatik (Berechenbarkeit)

A. Turing, 1912 - 1954



- ca 1920, D. Hilbert: Was ist berechenbar, was beweisbar?
- 1931, K. Gödel: Entweder widerspruchsfrei oder vollständig!
- Nicht alles ist berechenbar!
- Wir können nicht mal bestimmen, was nicht beweisbar ist

Implikationen

Entscheidungsproblem (David Hilbert):

Ist eine Formel allgemeingültig?

Ist jede Interpretation einer formal logischen Aussage wahr?

Turingmaschine (Alan Turing):
Definition des Algorithmus und der Berechenbarkeit als formale, mathematische Begriffe

A. Turing: *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem.* (1936)

Turingmaschinen

Eine *Turingmaschine* ist definiert durch

- eine endliche Menge Γ, das Arbeitsalphabet, mit Leerzeichen $\sqcup \in \Gamma$
- eine endliche Menge Z von Zuständen der Maschine
- den Startzustand $s \in Z$ und den Haltezustand $h \in Z$
- eine Überführungsfunktion $\delta : Z \times \Gamma \to Z \times \Gamma \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$

Eine *Konfiguration* ist

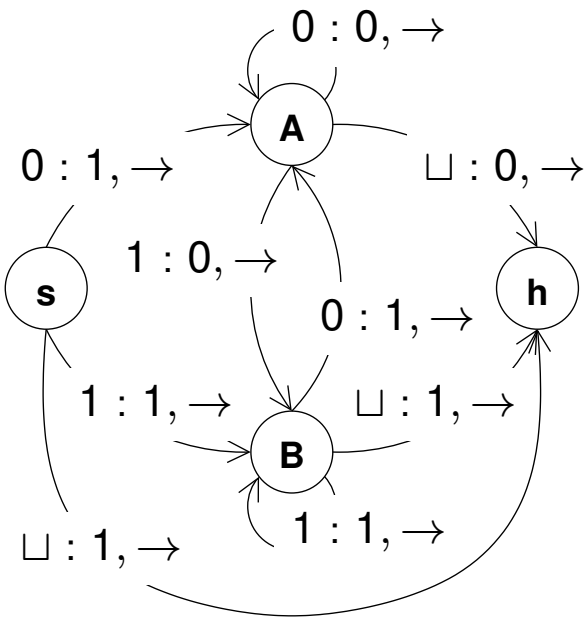
- eine Zeichenkette w über dem Arbeitsalphabet
- eine Position p in w, die aktuelle Arbeitsposition
- der aktuelle Zustand z der Turingmaschine

Eine Konfiguration (w, p, z) führt in eine andere (w', p', z') über, wenn $\delta(z, w_p) = (z', w'_p, d)$, und d p nach p' versetzt.

Startkonfiguration: Eine Eingabe w, p am Anfang von w, Zustand s.

Darstellung von Turingmaschinen

Beispiel: Eine „1“ vorne einfügen



A: „0“ gemerkt

B: „1“ gemerkt

s	0	A	1	→
s	1	B	1	→
s	␣	h	1	→
A	0	A	0	→
A	1	B	0	→
A	␣	h	0	→
B	0	A	1	→
B	1	B	1	→
B	␣	h	1	→

Ablauf: Schreibe Zustand in das Arbeitsband vor die aktuelle Position, $\vdash$ bezeichnet Übergang

$$s101 \vdash 1B01 \vdash 11A1 \vdash 110B\sqcup \vdash 1101h\sqcup$$

Turingmaschinen II

- Turingmaschinen können kombiniert werden
  Beispiel: Hinter jedem Zeichen eine 0 einfügen
- *universelle Turingmaschine*: eine Turingmaschine, die beliebige Turingmaschine simuliert
- *Halteproblem*: es gibt keine Turingmaschine, die entscheidet, ob eine gegebene Turingmaschine anhält oder weiterrechnet
- universelle Turingmaschinen und von Neumann-Computer sind äquivalent (gelesen von einem Band)
- Church-Turing-These:

Turing-berechenbare Funktionen sind genau die von Menschen intuitiv berechenbaren Funktionen

Was sind Programme?

- In dieser Vorlesung: Python, C, LaTeX, bash
- Sind das alle Typen von Programmiersprachen?

Wie kann man Programmiersprachen klassifizieren?

- Kein Prozessor versteht Python-, C- oder Shell-Befehle
- Was muss alles passieren, um ein Programm laufen zu lassen?

Wie wird aus unserem Programm etwas, dass der Prozessor ausführen kann?

Kommunikation mit Computern

Kommunikation zwischen R2-D2 (Computer), C3-PO (Übersetzer) und Luke (Mensch?)

Programmiersprachen

Imperative Sprachen

Beispiele: Python, C, Shell, BASIC...

- Die meisten Sprachen sind imperativ
- Programme erklären, *wie* ein Problem gelöst werden soll
- Umsetzung des von Neumann-Rechners: Befehle und Schleifen
- **prozedural** heißen Sprachen, die Prozeduren kennen
  Beispiele: alle außer einfachem BASIC

Deklarative Sprachen

- Keine von Neumann-artigen Befehle, kein innerer Zustand
- Rekursion anstatt Schleifen
- **funktional**, basierend auf Funktion im mathematischen Sinn
  Beispiele: Haskell, Erlang, Scheme...
- **logisch**, basierend auf Fakten, Axiomen und logischer Ableitung
  Beispiele: Prolog

Strukturierte Programmierung

Beschränkung auf wenige Kontrollstrukturen:

- Sequenz von Befehlen oder Prozeduren
- Verzweigung
- Wiederholungen
- Rekursion

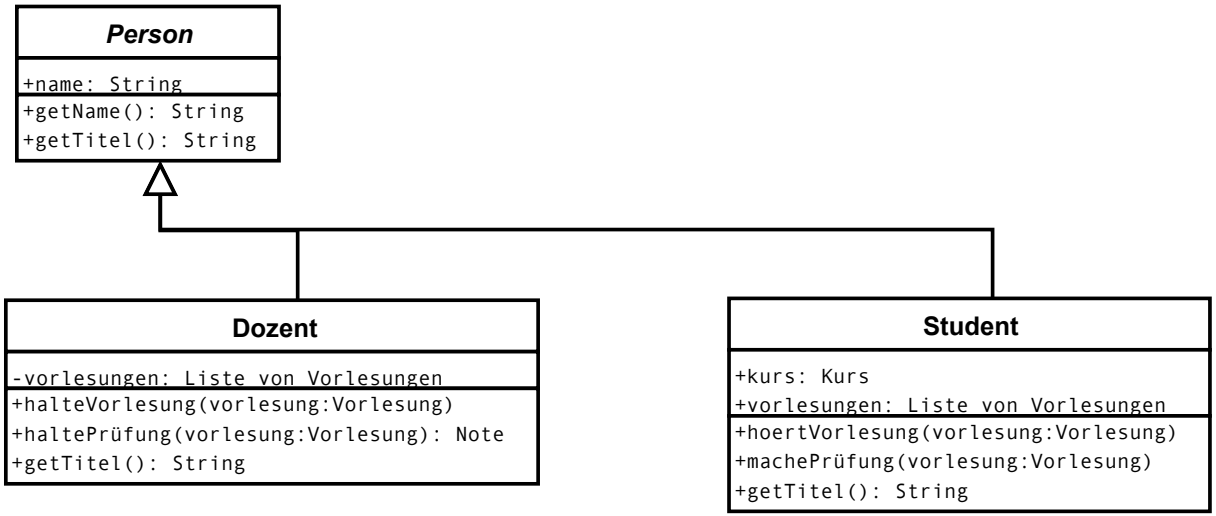
$\rightarrow$ eingeschränkter Einsatz von *GO TO*

Vermeidung von:

- “Spagetthicode”
- Codewiederholungen (*Don’t repeat yourself (DRY)*)

Separation in Einzelprobleme

Objektorientierte Sprachen

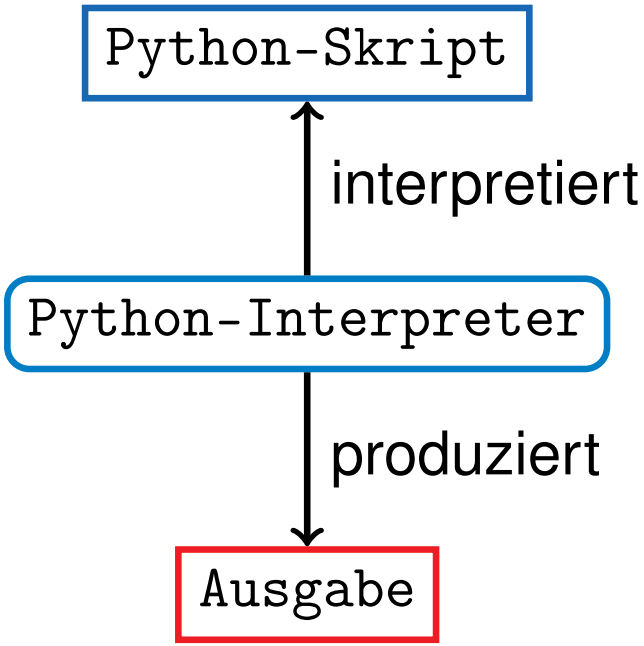


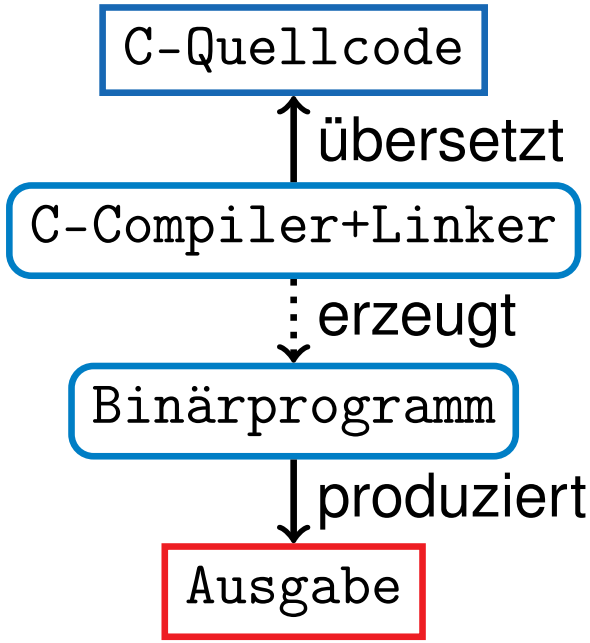
- Objektorientierung (OO) ist ein sprachunabhängiges Programmiermodell
- Ziel ist die bessere Wartbarkeit und Austauschbarkeit von Software durch starke Isolation von Teilproblemen
- Speziell darauf ausgelegt sind z.B. C++, Java, Python,...
- UML (Unified Modelling Language) beschreibt OO-Modelle

Terminologie

- **Klasse**: beschreibt Eigenschaften und Methoden von Objekten
  Beispiel: Klassen sind z.B. Dozent, Student, Person
- **Objekt**: eine Instanz einer Klasse. Ein Objekt hat stets eine Klasse, aber es kann viele Instanzen geben
  Beispiel: Maria Fyta ist ein Dozent (neutral...), ich auch
- **Eigenschaften**: Datenelemente von Objekten
  Beispiel: Dozent hat Name, Titel und zu haltende Vorlesungen
- **Methoden**: Funktionen einer Klasse
  Beispiel: Personen können ihren Namen sagen
- **Datenkapselung**: Eigenschaften werden nur durch Funktionen der Klasse verändert
  Beispiel: der Name einer Person kann nicht geändert werden
- **Vererbung**: Klassen können von anderen abgeleitet werden, erben dadurch deren Eigenschaften und Funktionen
  Beispiel: Jede Person hat einen Namen

Interpretierte- und kompilierte Sprachen

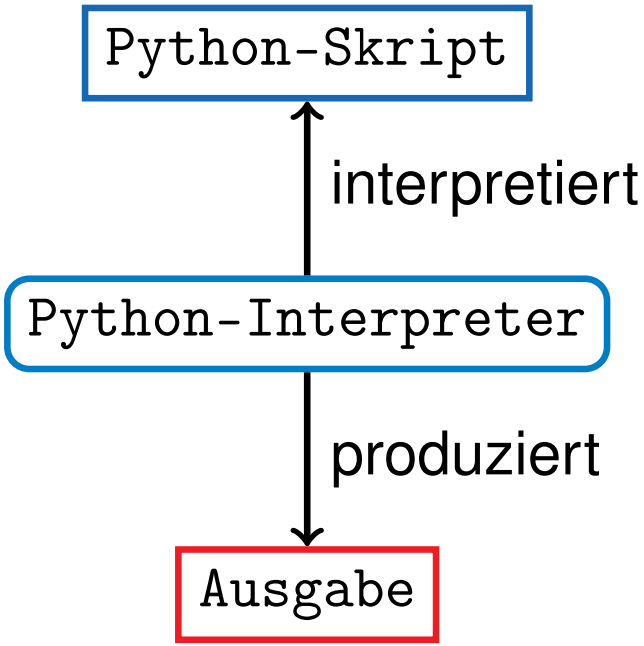


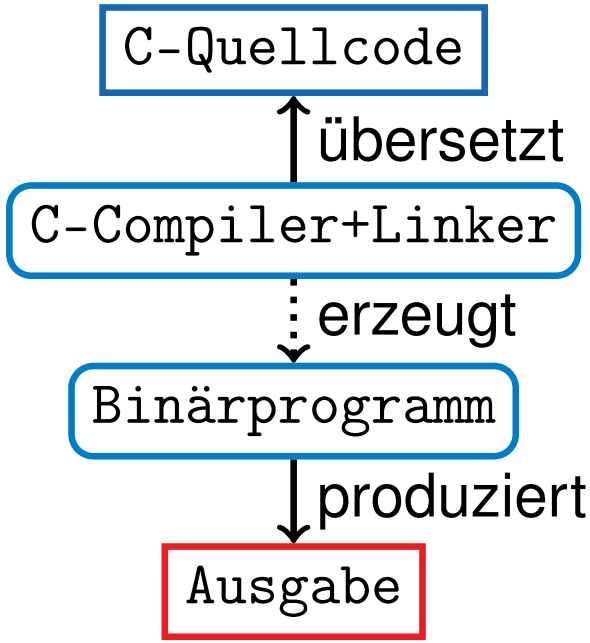


Interpretierte Sprachen

- Z.B. Python, Java, C#, Basic, PHP, Shellsprachen
- Das Programm wird vom Interpreter gelesen und ausgeführt
- Es wird nie in Maschinencode für den Prozessor übersetzt
- Ausnahme: Just-in-Time (JIT) Compiler

Interpretierte- und kompilierte Sprachen





Kompilierte Sprachen

- Z.B. C/C++, Fortran, Pascal/Delphi
- Compiler übersetzt in maschinenlesbaren Code
- Nicht portabel, erschwerte Fehlersuche, deutlich schneller
- Interpreter selbst müssen compiliert werden

Maschinensprache

Aber was versteht nun der Prozessor?

Zahlenkolonnen, z.B.

```
AD 34 12 18 69 2A 8D 34
12 AD 35 12 69 00 8d 35
12
```

- Maschinencode für den 6502-Mikroprozessor
- Addiert 42 zur 16-bit-Zahl an Speicherstellen 1234h und 1235h

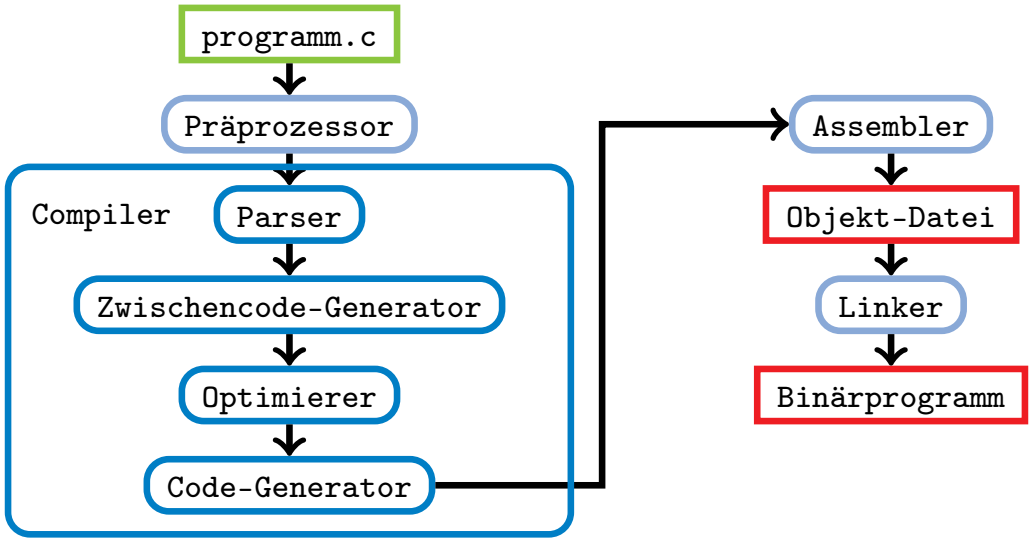
Wie wird aus einem Programm Maschinencode?

Assembler

- Assembler ist die menschenlesbare Form der Maschinensprache
- Assembler bezeichnet auch das Programm, das die Befehle in Zahlen übersetzt und Labels an Speicherzellen knüpft
- Zeitkritische Anwendungen werden auch heute noch manchmal in Assembler geschrieben
- sehr nah an Maschinenanweisungen
- spezifisch für Computerarchitektur

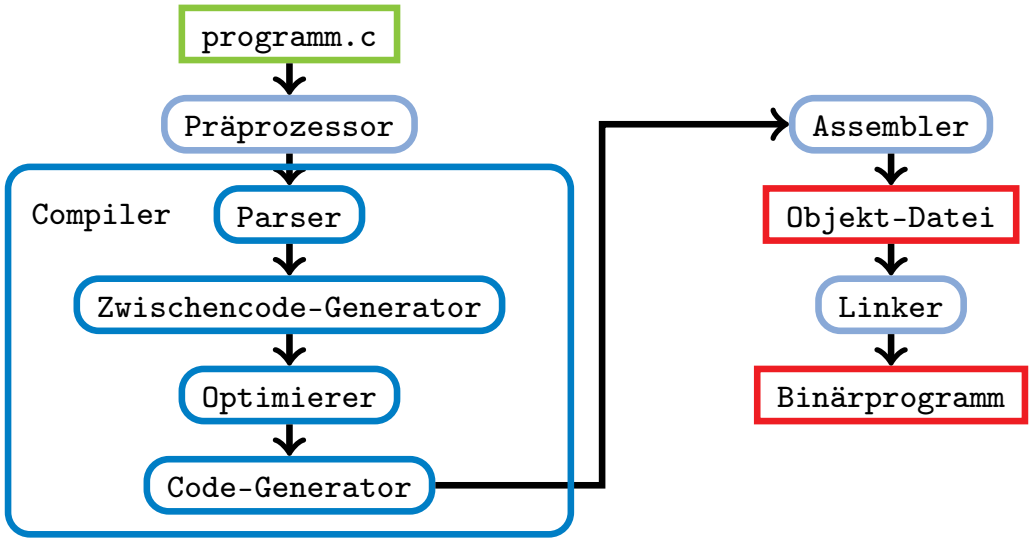
→ nicht portabel

Vom Sourcecode zum Programm



- Ein Programm durchläuft viele Schritte bis zur fertigen ausführbaren Datei
- **Präprozessor**, **Compiler**, **Assembler** und **Linker** sind meist separate Programme
- meist mehrere Objektdateien aus verschiedenen Quelltextdateien

Vom Sourcecode zum Programm



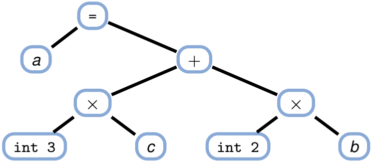
Präprozessor

- Im Prinzip sprachunabhängig, rein textbasiert
- Bindet weitere Quelltextdateien ein
- Erlaubt den Einsatz von *Makros* (Ersetzungen)

Der Compiler

- **Parser** übersetzt den Quellcode in einen Syntaxbaum

$a = 2 * b + 3 * c$ ⋯⋯→

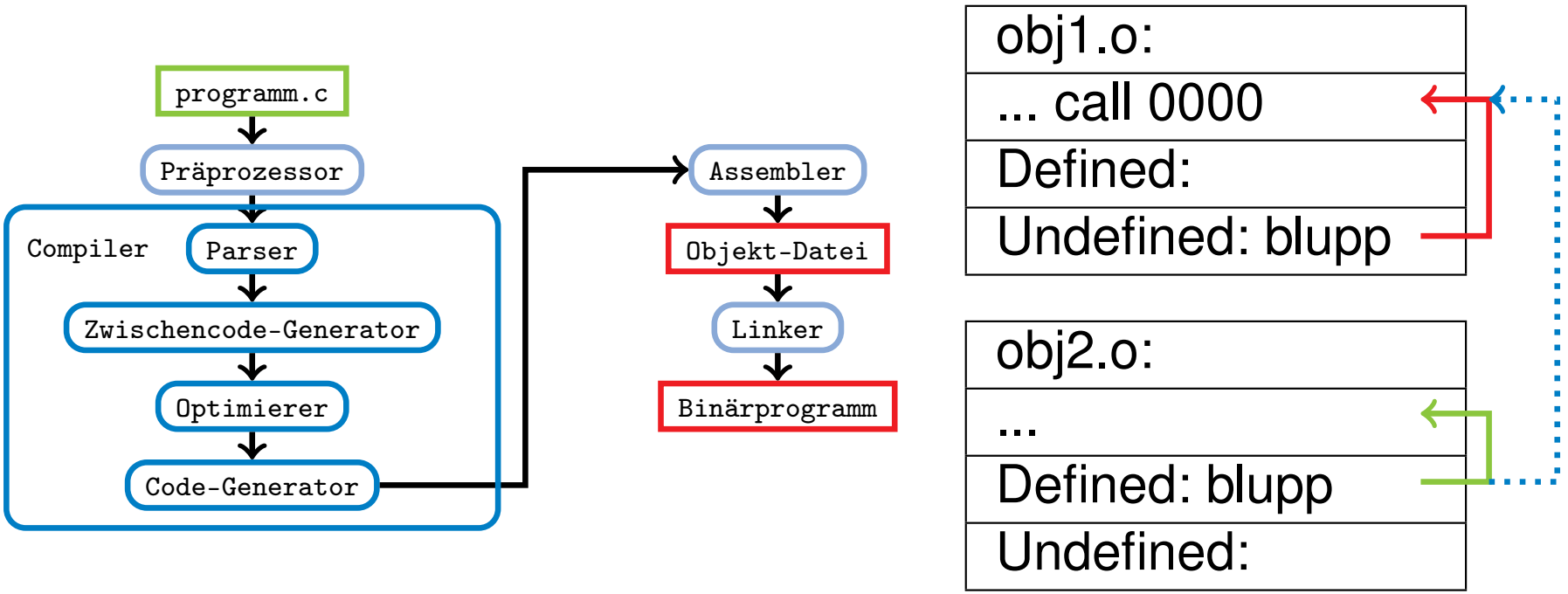


- **Zwischencode-Generator** erzeugt daraus Pseudocode, etwa:

$r1 = b$	$r2 = r1 \times 2$	$r3 = c$	$r4 = r3 \times 3$	$r5 = r2 + r4$	$a = r5$

- **Optimierer** versucht, diesen zu verbessern, z.B. durch
  - Prozessorregisterzuweisung
  - Einfügen kurzer Funktionen, Entrollen von Schleifen
  - Suche nach gemeinsamen Termen, ...
- **Code-Generator** erzeugt Assembler aus dem Zwischencode

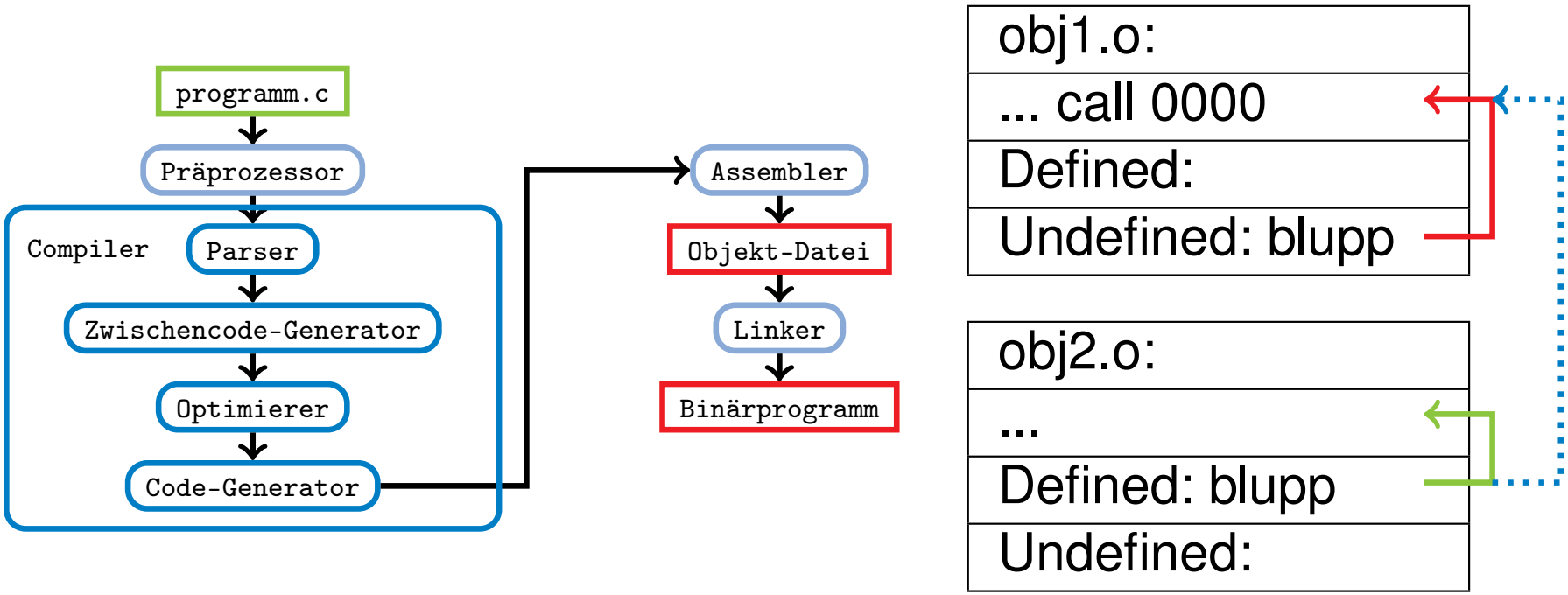
Der Assembler



Der **Assembler** erzeugt eine Objektdatei mit

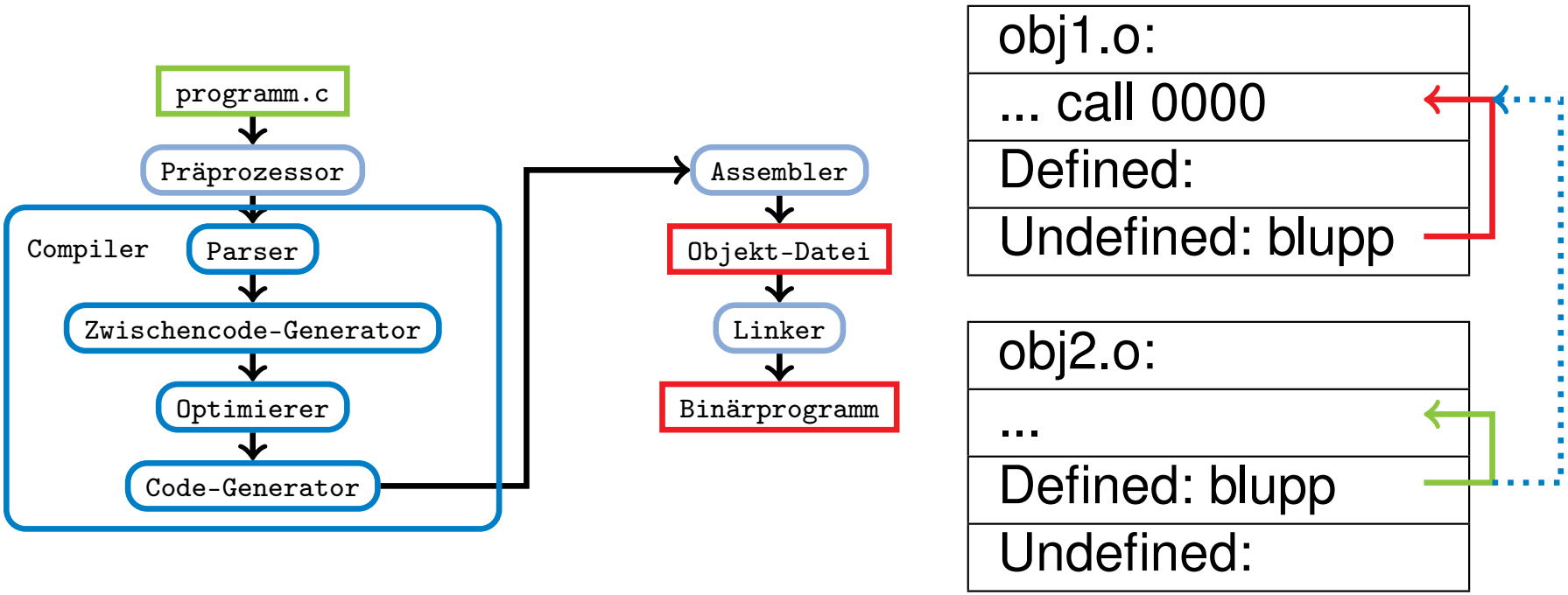
- Maschinencode
- den Speicherpositionen von globalen Variablen und Funktionen
- Stellen, an denen Stellen Information über solche Positionen aus andere Objektdateien benötigt wird

Der Linker



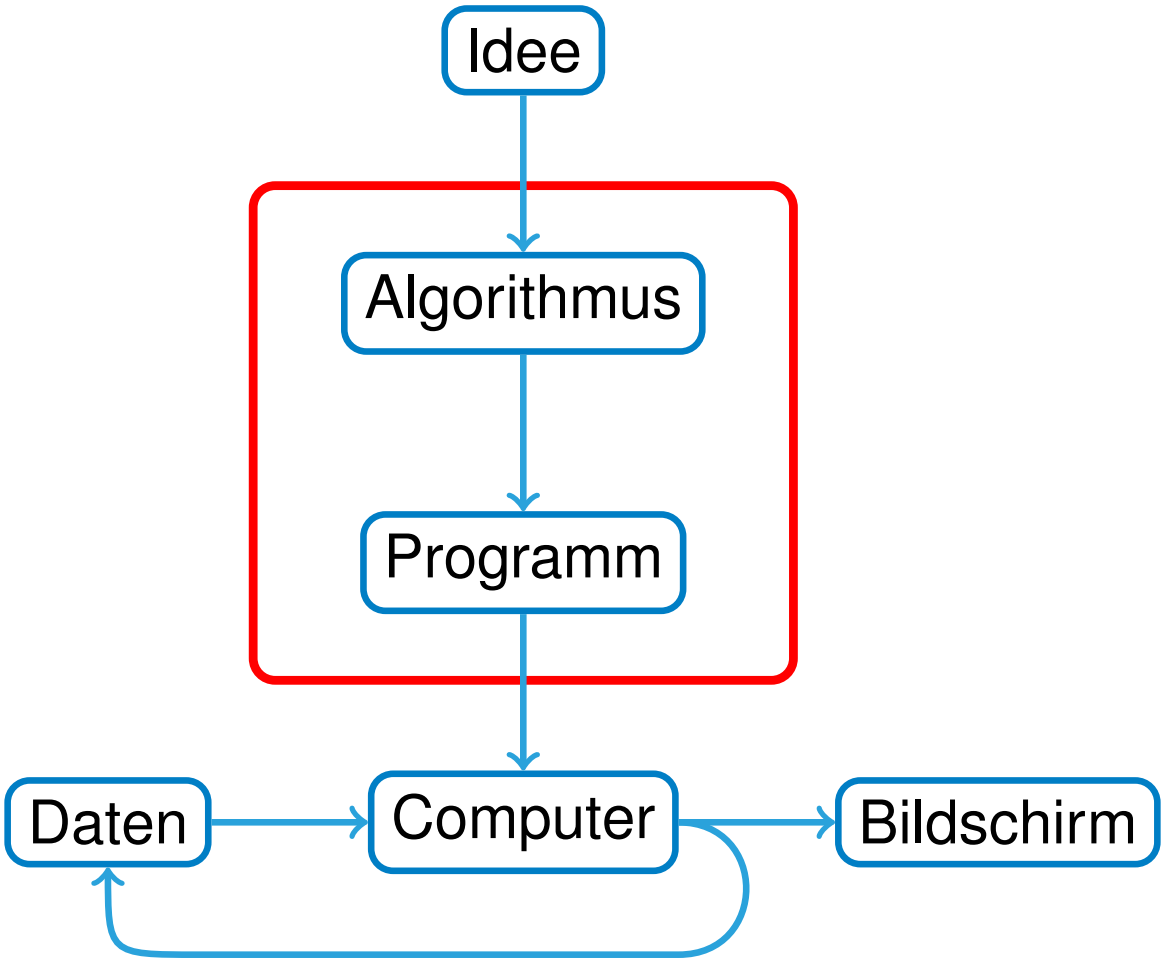
- Verbindet mehrere solcher Objektdateien zu einer ausführbaren Datei (Binary) oder einer **Bibliothek**
- Bibliotheken sind Sammlungen von Objektdateien
- Der Linker verbindet Zugriffe zwischen Objektdateien
- Nur wenn alle Zugriffe aufgelöst wurden, entsteht ein Binary

Dynamisches Linken



- Beim **dynamischen Linken** wird das Linken gegen die Bibliotheken erst beim Starten des Programms erledigt.
- Dadurch können Teile des Programms geupdated werden
- Und mehrfach benutzte Bibliotheken werden nur einmal geladen
- Erfordert spezielle dynamische Bibliotheken (.so, .dylib oder .dll)

Was ist Programmieren?



Algorithmus

Wikipedia:

Ein Algorithmus ist eine aus endlich vielen Schritten bestehende eindeutige Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems oder einer Klasse von Problemen.

Ein Beispiel-**Problem**:

Gegeben

- Liste aller Teilnehmer der Vorlesung

Fragestellung

- ~~Wer wird die Klausur bestehen?~~ ↯
- Wieviele Studenten haben nur einen Vornamen?
- Wessen Matrikelnummer ist eine Primzahl?

Programm

Ein Programm ist eine Realisation eines Algorithmus in einer bestimmten Programmiersprache.

- Es gibt derzeit mehrere 100 verschiedene Programmiersprachen
- Die meisten sind *Turing-vollständig*, können also alle bekannten Algorithmen umsetzen

Softwareentwicklung und Programmieren

- Entwickeln der Algorithmen
  - Aufteilen in einfachere Probleme
  - Wiederverwendbarkeit
- Umsetzen in einer passenden Programmiersprache

Von der Idee zum Programm

Schritte bei der Entwicklung eines Programms

1. **Problemanalyse**
   - Was soll das Programm leisten?
     Z.B. eine Nullstelle finden, Molekulardynamik simulieren
   - Was sind Nebenbedingungen?
     Z.B. ist die Funktion reellwertig? Wieviele Atome?
2. **Methodenwahl**
   - Schrittweises Zerlegen in Teilprobleme (Top-Down-Analyse)
     Z.B. Propagation, Kraftberechnung, Ausgabe
   - Wahl von Datentypen und -strukturen
     Z.B. Listen oder Tupel? Wörterbuch?
   - Wahl der Rechenstrukturen (Algorithmen)
     Z.B. Newton-Verfahren, Regula falsi
   - Wahl der Programmiersprache

Von der Idee zum Programm

Schritte bei der Entwicklung eines Programms

3. **Implementierung und Dokumentation**
   - Programmieren und *gleichzeitig* dokumentieren
   - Kommentare und externe Dokumentation (z.B. Formeln)
4. **Testen auf Korrektheit**
   - Funktioniert das Programm bei erwünschter Eingabe?
     Z.B. findet es eine bekannte Lösung?
   - Gibt es aussagekräftige Fehler bei falscher Eingabe?
     Z.B. vergessene Parameter, zu große Werte
5. **Testen auf Effizienz**
   - Wie lange braucht das Programm bei beliebigen Eingaben?
   - Wieviel Speicher braucht es?
6. Meist wieder zurück zur Problemanalyse, weil man etwas vergessen hat . . .

Motivation

Viele Problemstellungen wiederholen sich:

- Suchen
- Sortieren
- geometrische Zerteilung (Voronoï)
- Durchlaufen von Datenstrukturen

Zweck der restlichen Vorlesung

- Einführung üblicher und weitverbreiteter Algorithmen und Datenstrukturen
- **keine** Neuerfindung des Rades

→ Verwendung optimierter Algorithmen und Datenstrukturen trägt bei zu Übersichtlichkeit und Effizienz

Kontrollstrukturen und Pseudocode

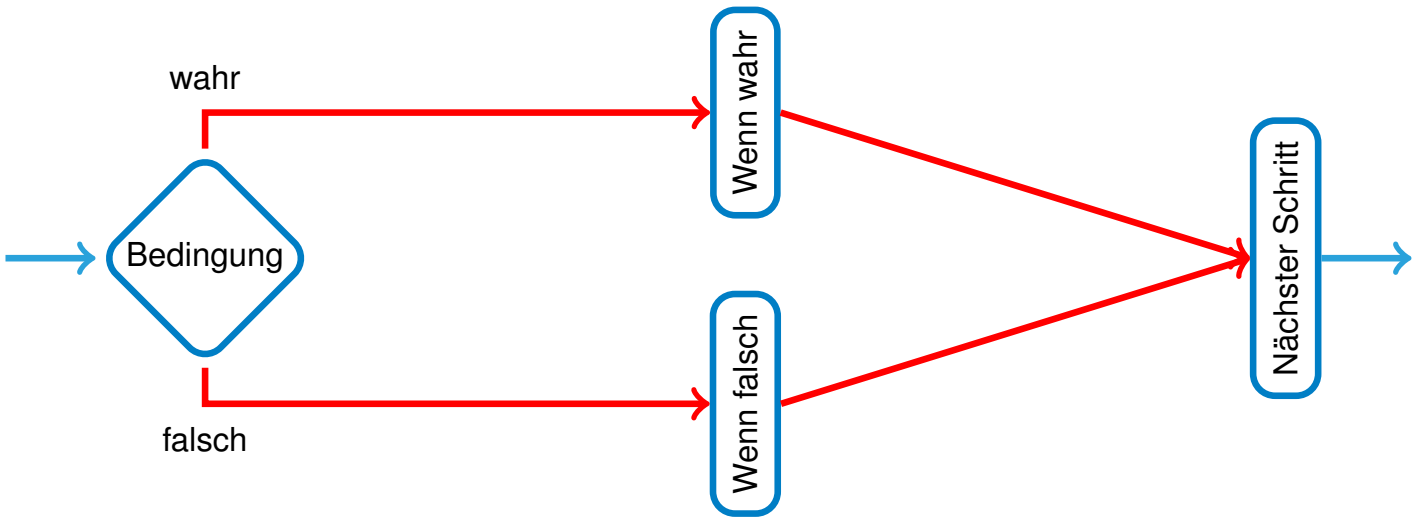
Beeinflussung der Ausführung eines Programms in Abhängigkeit von Bedingungen

- IF, ELSE IF, ELSE
- DO WHILE
- FOR

Pseudocode

- Übliche Kontrollstrukturen ähnlich in verschiedenen Programmiersprachen
- Verwendung (abstrakter) Mathematik möglich
- auslassen von Details wie:
  - Variablendeklaration
  - Subroutinen
  - system-spezifischer Code
- bessere Verständlichkeit

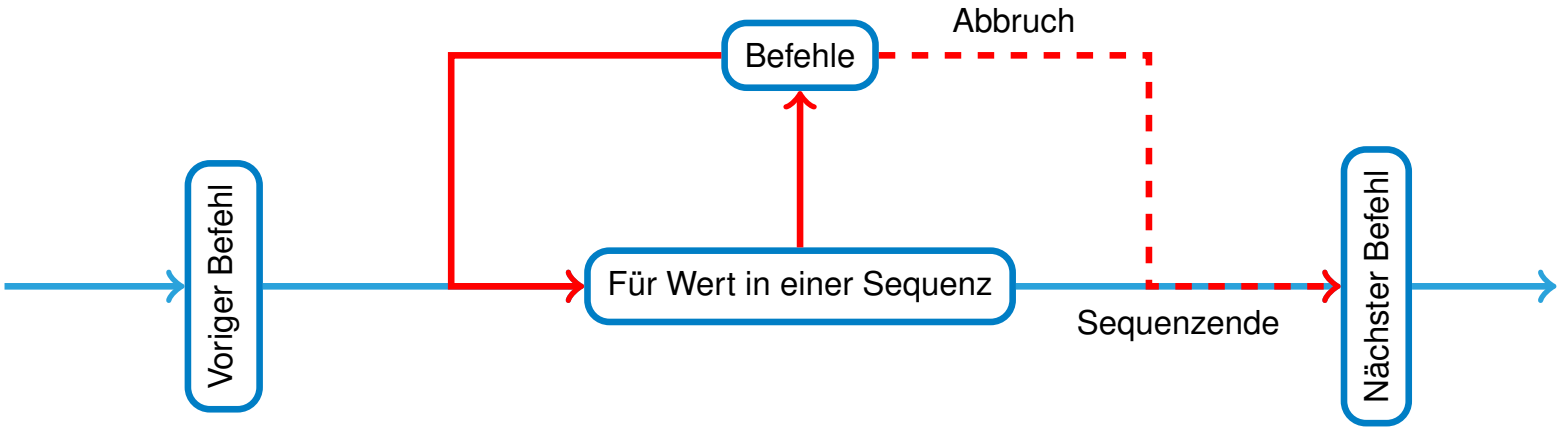
Bedingte Ausführung



- Das Programm kann auf Werte von Variablen verschieden reagieren
- Wird als *Verzweigung* bezeichnet
- Auch mehr Äste möglich (z.B. < 0, $= 0$, > 0)

Student hat mehr als 50% Punkte? $\Longrightarrow$ zur Klausur zulassen

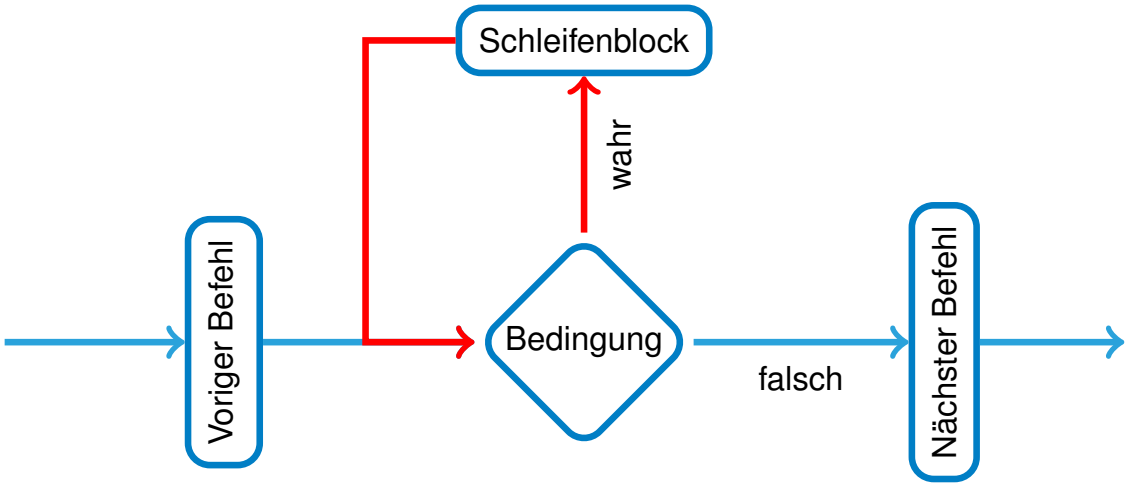
for-Schleifen



- Wiederholen eines Blocks von Befehlen
- *Schleifenvariable* nimmt dabei verschiedene Werte aus einer *Sequenz* (Liste) an
- Die abzuarbeitende Sequenz bleibt fest
- Kann bei Bedarf abgebrochen werden (Ziel erreicht, Fehler, . . .)

Für jeden Studenten in den Computergrundlagen finde einen Übungsplatz

Vorprüfende Schleifen: while



- Wiederholte Ausführung ähnlich wie for-Schleifen
- Keine *Schleifenvariable*, sondern Schleifenbedingung
- Ist die Bedingung immer erfüllt, kommt es zur **Endlosschleife**

Solange $a > 0$, ziehe eins von a ab

Solange noch Zeilen in der Datei sind, lese eine Zeile

Beispiel Pseudocode

Algorithm: GD

```
1  input: int N, int D
2  output: int
3  begin
4      res ← 0
5      while N ≥ D
6          N ← N − D
7          res ← res + 1
8      end
9      return res
10 end
```

Algorithm: GD in Worten

```
1  input: int N, int D
2  output: int
3  begin
4      Resultat wird auf Null gesetzt
5      solange N groesser als D ist:
6          N wird auf N minus D gesetzt
7          Resultat wird auf Resultat
8              plus Eins gesetzt
9      Ende der Schleife
10     Resultat wird zurueck gegeben
11 end
```

Beispiel Pseudocode

GD = Ganzzahldivision

Algorithm: GD

```
1  input: int N, int D
2  output: int
3  begin
4      res ← 0
5      while N ≥ D
6          N ← N − D
7          res ← res + 1
8      end
9      return res
10 end
```

Algorithm: GD in Worten

```
1  input: int N, int D
2  output: int
3  begin
4      Resultat wird auf Null gesetzt
5      solange N groesser als D ist:
6          N wird auf N minus D gesetzt
7          Resultat wird auf Resultat
8              plus Eins gesetzt
9      Ende der Schleife
10     Resultat wird zurueck gegeben
11 end
```

Effizienz und Wachstumsraten

Anzahl der grundlegenden Operationen für Input bestimmter Größe $\rightarrow$ Zeit $\boldsymbol{T}$ abhängig vom Input der Größe n: $\boldsymbol{T}(n)$

Wachstumsrate: Die Rate mit der der (Rechen)Aufwand eines Algorithmus' wächst in Abhängigkeit der Input Größe.

Mittels asymptotischer Analyse bestimmbar:

obere Grenze: Eine nicht-negative Funktion $\boldsymbol{T}(n)$ ist in der Menge $\mathcal{O}(f(n))$, wenn es zwei positive Konstanten c und n_0 gibt, so dass $\boldsymbol{T}(n) \leq cf(n)$ für alle $n > n_0$.
$\rightarrow$ $\boldsymbol{T}(n)$ wächst nicht schneller als $f(n)$

untere Grenze: Eine nicht-negative Funktion $\boldsymbol{T}(n)$ ist in der Menge $\Omega(g(n))$, wenn es zwei positive Konstanten c und n_0 gibt, so dass $\boldsymbol{T}(n) \geq cg(n)$ für alle $n > n_0$.
$\rightarrow$ $\boldsymbol{T}(n)$ wächst mindestens so schnell wie $f(n)$

keine absolute Aussage über Geschwindigkeit der Ausführung

Effizienz und Wachstumsraten

in den meisten Fällen wollen wir wissen wieviel länger es dauert, wenn wir unseren Input vergrößern

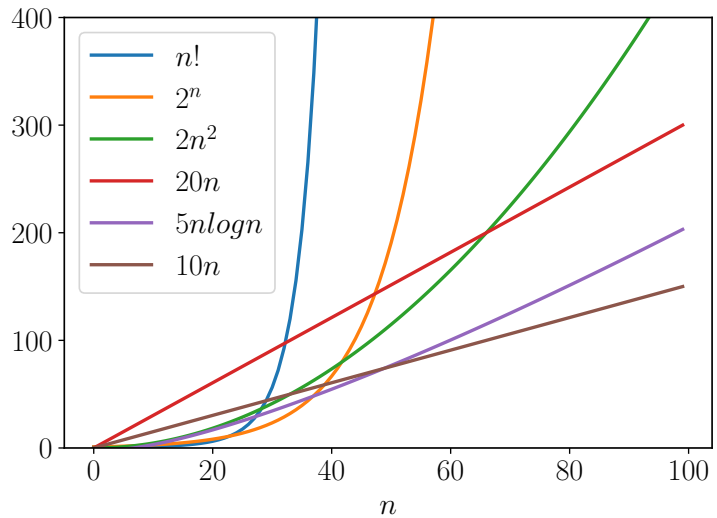
→ Big-O (obere Grenze - maximaler Aufwand)

→ Big-Ω (untere Grenze - minimaler Aufwand)

→ Big-Θ (Big-O und Big-Ω gleich (mit Ausnahme einer Konstanten))

Verschiedene Szenarien

- best-case → nützlich in bestimmten Fällen
- average-case → typisches Verhalten über verschiedene Inputs
- worst-case → nützlich zum Vergleich von Algorithmen (umfassendste Garantie)



Landau-Symbole/Big-Oh Notation

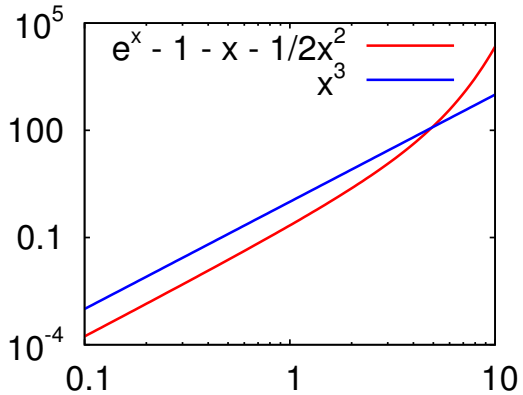
Seien f, g zwei Funktionen.
Falls

$$\lim_{x \to a} \frac{|f(x)|}{|g(x)|} < \infty,$$

so schreiben wir kurz $f = \mathcal{O}_{x \to a}(g)$ („f ist von der Ordnung g“).

- Es gilt zum Beispiel

$$e^x - \left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right) = \mathcal{O}_{x \to 0}(x^3)$$



Für asymptotische Analyse:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = \begin{cases} 0 \to f(n) \text{ ist in } \mathcal{O}(g(n)) \\ const \to f(n) \text{ ist in } \Theta(g(n)) \\ \infty \to \text{ ist in } \Omega(g(n)) \end{cases}$$

Beispiel: Verlet-Integrator

Taylorentwicklung für die Position eines Teilchens gemäß der Newtonschen Gleichung:

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \dot{x}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{x}(t)\Delta t^2 + \frac{1}{6}\dddot{x}(t)\Delta t^3 + \mathcal{O}(\Delta t^4)$$

und analog

$$x(t-\Delta t) = x(t) - \dot{x}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{x}(t)\Delta t^2 - \frac{1}{6}\dddot{x}(t)\Delta t^3 + \mathcal{O}(\Delta t^4)$$

Addition ergibt das *Verlet*-Verfahren zur numerischen Integration der Bewegungsgleichung:

$$x(t+\Delta t) = 2x(t) - x(t-\Delta t) + a(t)\Delta t^2 + \mathcal{O}_{\Delta t\to 0}(\Delta t^4)$$

- Fehler ist von der Ordnung $\mathcal{O}_{\Delta t\to 0}(\Delta t^4)$
- Mit beliebig kleinem Zeitschritt Δt wird das Verfahren exakt
- Man sagt, das Verfahren **konvergiert**

Eigenschaften von Algorithmen

Die wesentlichen Eigenschaften eines Algorithmus können mit Hilfe der Landau-Symbole charakterisiert werden (besser als explizites testen!):

- **Stabilität**: Wir betrachten den Fehler $\Delta f(x)$ in Abhängigkeit von der Genauigkeit Δx der Eingabedaten. Dann soll
$$\Delta f(x) = \mathcal{O}_{\Delta x \to 0}(\Delta x^n)$$
mit möglichst großem n sein.
- **Konvergenz**: Z.B. der Fehler als Funktion des Zeitschritts Δt. Dann soll
$$\Delta f(x) = \mathcal{O}_{\Delta t \to 0}(\Delta t^n)$$
sein mit möglichst großem n.
- **Effizienz**: Die Rechenzeit $T(N)$ z.B. bei N Teilchen. Dann soll
$$T(N) = \mathcal{O}_{N \to \infty}(N^n)$$
mit möglichst *kleinem* n sein.

Beispiele

Algorithm: sum of squares

```
1  input: Liste L mit N ELementen
2  output: quadsum
3  begin:
4      quadsum ← 0
5      for i = 0, N−1, ++i:
6          for j = 0, N−1, ++j:
7              quadsum += L[i] * L[j]
8
9      return quadsum
10 end
```

Kosten:

$$\Theta(n^2)$$

Beispiele

Algorithm: Bubble sort

```
1   input: Liste L, Anzahl Elemente N
2   output: Liste L
3   begin
4       for i = 0 upto N-1:
5           for j = N-1 downto i+1:
6
7               if L[j] > L[j-1]:
8                   swap(L[j], L[j-1])
9
10          return L
11  end
```

Beispiele

Algorithm: Bubble sort

```
1  input: Liste L, Anzahl Elemente N
2  output: Liste L
3  begin
4      for i = 0 upto N-1:
5          for j = N-1 downto i+1:
6
7              if L[j] > L[j-1]:
8                  swap(L[j], L[j-1])
9
10         return L
11 end
```

Kosten:

$$\Theta(n^2)$$

Beispiele

Algorithm: insertion sort

```
1  input: Liste L, Anzahl Elemente N
2  output: Liste L
3  begin
4      for i = 1 upto N-1:
5          e ← L[i]
6
7          if e < L[0]:
8              for j = i downto 1:
9                  L[j] = L[j-1]
10             L[0] ← e
11         else:
12             for j = i downto 1 while L[j-1] > e:
13                 L[j] ← L[j-1]
14
15             L[j] = e
16
17         return L
18 end
```

Beispiele

Algorithm: insertion sort

```
1   input: Liste L, Anzahl Elemente N
2   output: Liste L
3   begin
4       for i = 1 upto N-1:
5           e ← L[i]
6
7           if e < L[0]:
8               for j = i downto 1:
9                   L[j] = L[j-1]
10              L[0] ← e
11          else:
12              for j = i downto 1 while L[j-1] > e:
13                  L[j] ← L[j-1]
14
15              L[j] = e
16
17          return L
18  end
```

Kosten: $\mathcal{O}(n^2)$

Beispiele

Algorithm: insertion sort short

```
1  input: Liste L, Anzahl Elemente N
2  output: Liste L
3  begin
4      for i = 1 upto N-1:
5          for j = i downto 1 while L[j] < L[j-1]:
6              swap(L[j], L[j-1])
7
8          return L
9  end
```

Beispiele

Algorithm: insertion sort short

```
1  input: Liste L, Anzahl Elemente N
2  output: Liste L
3  begin
4      for i = 1 upto N-1:
5          for j = i downto 1 while L[j] < L[j-1]:
6              swap(L[j], L[j-1])
7
8          return L
9  end
```

Kosten:

$$\Theta(n^2)$$

Beispiele

Algorithm: selection sort

```
1  input: Liste L, Anzahl Elemente N
2  output: Liste L
3  begin
4      for i = 0 upto N-1:
5          min = i
6          for j = i+1 upto N-1:
7
8              if L[j] < L[min]:
9                  min = j
10
11         swap(L[i], L[min])
12
13         return L
14 end
```

Beispiele

Algorithm: selection sort

```
1  input: Liste L, Anzahl Elemente N
2  output: Liste L
3  begin
4      for i = 0 upto N-1:
5          min = i
6          for j = i+1 upto N-1:
7
8              if L[j] < L[min]:
9                  min = j
10
11         swap(L[i], L[min])
12
13         return L
14 end
```

Kosten:

$$\Theta(n^2)$$

Datenstrukturen

Datentyp

Datentyp einer Variable entspricht der Menge an Werten, die die Variable annehmen kann.

- int, char, float, double, bool

Abstrakter Datentyp

Menge von Elementen mit einer Sammlung von wohldefinierten Operationen.

- Listen, Mengen, Bäume, Graphen, . . .

Datenstruktur

Implementierung die einem abstrakten Datentyp entspricht.

Listen

allg.: Reihe von Einträgen in linearer Reihenfolge angeordnet

Zugriff über:

- Index (wahlfrei) $\rightarrow$ Arrays (Python Liste: Array von Zeigern)
- vorangehendes/nachfolgendes Element $\rightarrow$ *verkettete Listen*

Array:

- Bereich kontinuierlich im Speicher, Anfangsposition bekannt
- Elemente, durch mathematische Formel indiziert
- 1-dimensionaler Array: Elemente hintereinander im Speicher

Element verketteter Listen enthält:

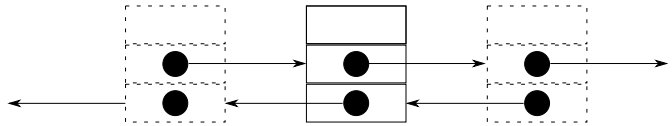
- Wert des Elements
- Adresse des nächsten (und evtl. folgenden) Elemente $\rightarrow$ *Pointer*

$\rightarrow$ Knotenstruktur vereinfacht einfügen, anhängen, voransetzen, zusammenführen mehrerer Listen

Doppelt-verkettete Listen

- Folge von n Einträgen von Ring mit $n + 1$ Knoten dargestellt
- Dummyknoten h enthält keinen Eintrag, verknüpft Ende und Anfang

Knoten einer doppelt-verketteten Liste:



- Linearität erfüllt durch:
  - der Nachfolger des Vorgängers von *ik* is wieder *ik*
  - der Vorgängers Nachfolgers von *ik* is wieder *ik*
  - Einstiegsknoten bekannt

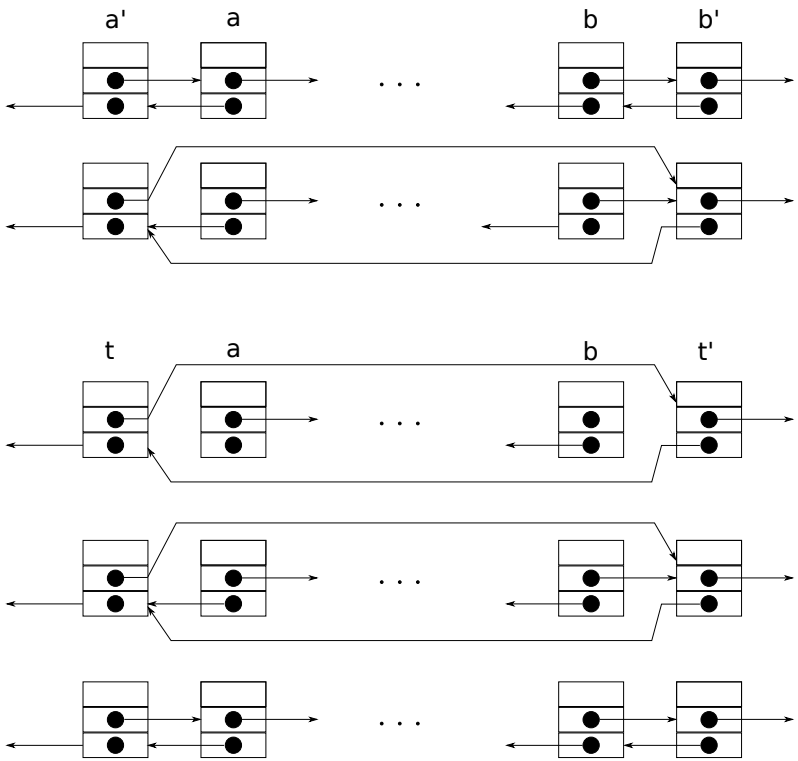
Operationen

- insert, remove $\rightarrow$ beliebiges Element einfügen oder löschen
- pushBack, pushFront $\rightarrow$ Elem. am Ende/Anfang hinzufügen
- popBack, popFront $\rightarrow$ Elem. am Ende/Anfang entfernen
- size, first, last, concat, splice, ...

Doppelt-verkettete Listen

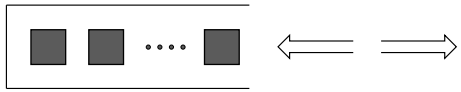
Algorithm: splice

```
1
2   a' ← a→prev
3   b' ← b→next
4
5   a'→next ← b'
6   b'→prev ← a'
7
8
9   t' ← t→next
10
11  b→next ← t'
12  a→prev ← t
13
14  t→next ← a
15  t'→prev ← b
```



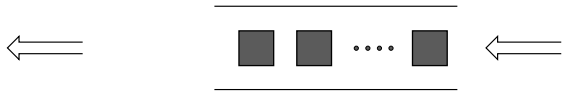
Mit Liste verwandte Datentypen

Stapel (stack)



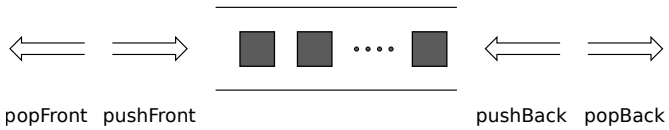
- *last-in-first-out*
- pushBack, popBack, last, isEmpty

Schlange (queue)



- *first-in-first-out*
- pushBack, popFront, isEmpty

Doppelschlange (deque)



- pushBack, pushFront, popBack, popFront

Hashtabellen und assoziative arrays

Aufgabenstellung: Speichere die Note jedes Studentens, der die CGL-Klausur mitschreibt, in einem array, der über einen Schlüssel indiziert wird.

- *Schlüssel* zB Personalausweisnummer (PAN)
  Problem: sehr viele PANs, wenige CGL-Studenten
- brauchen *kurzen* array, der nur die relevanten Studenten enthält

→ assoziativer array

Hashtabelle oft zur Implementierung assoziativer Arrays verwendet

- Hashfunktion bildet die Menge aller möglichen Schlüssel einen kleinen Bereich der ganzen Zahlen ab $(0 \ldots n-1)$

→ array mit der Indexmenge $0 \ldots n-1 \rightarrow$ Hashtabelle

- $n \approx$ Anzahl der CGL Studenten
- idealerweise bildet Hashfunktion so ab, dass Wert direkt in Hashtabelle gespeichert werden kann
- Kollisionen möglich $\rightarrow$ möglichst viel Unordnung erzeugen

Literatur

¨Algorithmen und Datenstrukturen"

- Ottmann, Widmayer, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2012
- Weicker, Weicker, Springer Fachmedien, Wiesbaden 2013
- Dietzfelbinger, Mehlhorn, Sanders, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2014